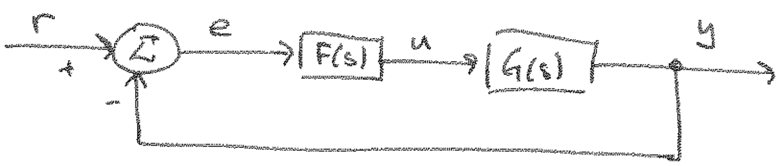
Övning 3

Robert Mattila

Förra gången



Regulatorn $F(s)$ överför reglerfelet $E(s)$ till en styrsignal $U(s)$.

Öppna systemet

$$G_o(s) = F(s)\,G(s)$$

överföringsfkn. från R till Y utan återkoppling

Slutna systemet

$$G_c(s) = \frac{G(s)F(s)}{1+G(s)F(s)} = \frac{G_o(s)}{1+G_o(s)}$$

överföringsfkn. från R till Y med återkoppling

PID-regulator

$$F_{PID}(s) = K_P + K_I \frac{1}{s} + K_D s$$

eller

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau)\,d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

Gå igenom ω_0, ζ och gör 3.3ad. Gå sen igenom rotort och räkna resterande uppgifter.

Dagens teori

Relativ dämpning, s. 37 i boken

Betrakta ett andra ordningens system utan nollställen:

$$G(s) = \frac{b}{s^2 + as + b}.$$

Obs:

$$G(s) = \frac{c}{s^2+as+b} = \frac{c}{b} \underbrace{\frac{b}{s^2+as+b}}_{\text{på "rätt" form}}$$

Gör variabelbyte

$$\omega_0 = \sqrt{b} \qquad \zeta = \frac{a}{2\sqrt{b}}$$

så att

$$G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}.$$

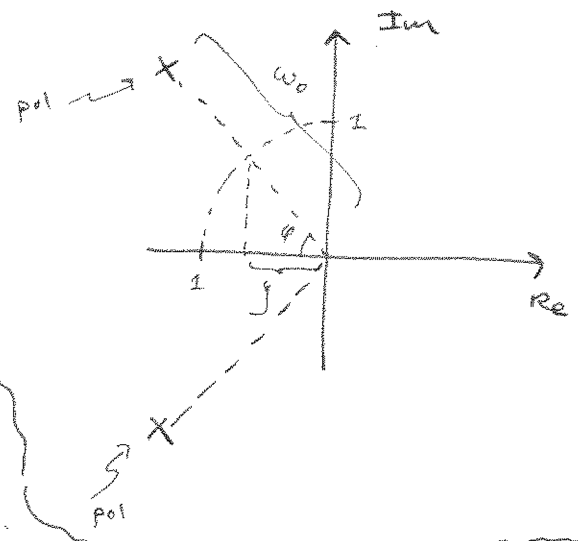
Polerna fås med pq-formeln till

$$s = -\zeta\omega_0 \pm \sqrt{(\zeta\omega_0)^2 - \omega_0^2} =$$

$$= -\zeta\omega_0 \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\,\omega_0.$$

Komplexa om $\zeta < 1$!

Geometriskt



- ω_0 är polernas avstånd till origo!

$$|s - 0| = |s| = |-\zeta\omega_0 \pm \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_0 i| =$$

$$= \sqrt{(\zeta\omega_0)^2 + (\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_0)^2} =$$

$$= \omega_0$$

bryter ut (-1) innanför roten.

$\boxed{\text{Större } \omega_0 \text{ ger snabbare system. (se s. 37-39 om tidsskalning)}}$

- ζ kallas <u>relativ</u> <u>dämpning</u>.

$\zeta = \cos(\varphi)$, där φ är vinkeln polen gör mot reella axeln. (se figur)

Stor ζ	$\longleftrightarrow$	liten φ	$\longleftrightarrow$	liten $\dfrac{\lvert\text{Im-del}\rvert}{\lvert\text{Re-del}\rvert}$	$\longleftrightarrow$	Bra dämpat
liten ζ	$\longleftrightarrow$	Stor φ	$\longleftrightarrow$	Stor $\dfrac{\lvert\text{Im-del}\rvert}{\lvert\text{Re-del}\rvert}$	$\longleftrightarrow$	Dåligt dämpat

— x —

<u>Rotort</u>

Plot som visar hur ett systems poler beror på en parameter, säg K.

Vi kan dra slutsatser om ett systems stabilitet och svängighet, och hur dessa beror på K.

OBS! Inte bara för 2:a ordningens system.

<u>Obs!</u>

Man ritar rotorten för det slutna systemet G_c. (Eftersom det är det återkopplade systemets beteende man är intresserad av.)

Hur man ritar en rotort (s. 65-73)

OBS! Försök översätta den här algoritmen till det som står i kursboken, eftersom boken får medtas på tentan!

1, Ta fram $G_c(s)$

2, Identifiera $P(s)$ och $Q(s)$:

Skriv nämnaren hos $G_c(s)$ på formen
$P(s) + KQ(s)$.

Obs:
$$\underbrace{\text{grad } P}_{n} \geq \underbrace{\text{grad } Q}_{m}$$

3, Hitta startpunkter

Eftersom $P(s) + KQ(s) = 0 \iff \frac{P(s)}{Q(s)} = -K$ ger systemets poler fås startpunkterna (dvs. $K=0$) av de s då

$$\boxed{P(s) = 0}.$$

Finns n st.

4, Hitta ändpunkter

P.s.s. när $K \to \infty$ fås polerna som de s där

$$\boxed{Q(s) = 0}$$

Finns m st.

5, Hitta antal asymptoter

Alla startpunkter som inte går till en slutpunkt måste sticka iväg någonstans:

antal asympt. = antal start − antal slut = $n - m$

6, Hitta skärningspunkt (för asymptoter)

$$\text{skärningspunkt} = \frac{1}{n-m}\left(\Sigma \text{ startpunkter} - \Sigma \text{ slutpunkter}\right)$$

7, Hitta riktningar (på asymptoter)

$$\text{riktningar} = \frac{\pi}{n-m} + 2k\frac{\pi}{n-m} \quad \text{för } k = 0, 1, 2, \ldots, (n-m-1)$$

8, Hitta eventuell skärning med Im-axeln
sätt $s = i\omega$ i $P(s) + K\,Q(s) = 0$ och lös
ekvationen för <u>reella</u> värden på ω och $K \geq 0$.

9, Hitta de delar av Re-axeln som tillhör rotorten
De delar av Re-axeln som har ett udda
antal start- och slutpunkter till höger
tillhör rotorten.

10, Rita rotorten.

Detta står
formulerat annorlunda
i kursboken, se till
att kunna läsa av boken!

Upg 3.3

a)

Förra övningen räknade vi ut ett

$$\underline{Y} = \frac{G_T G_V F}{1 + G_T G_V F} R - \frac{G_T}{1 + G_T G_V F} V$$

och ett tankens överföringsfkn. var

$$G_T(s) = \frac{1}{s}$$

samt ventilens

$$G_V(s) = \frac{k_V}{1 + Ts} = \frac{2}{1 + 5s}.$$

Vi söker systemets poler då vi använder P-regulatorn

$$F(s) = K_P.$$

Insättning ger

$$\underline{Y} = \frac{\frac{1}{s} \frac{2}{1+5s} K_P}{1 + \frac{1}{s} \frac{2}{1+5s} K_P} R - \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{1}{s} \frac{2}{1+5s} K_P} V =$$

$$= \frac{2K_P}{s(1+5s) + 2K_P} R - \frac{1+5s}{s(1+5s) + 2K_P} V =$$

$$= \frac{2K_P}{5s^2 + s + 2K_P} R - \frac{1+5s}{5s^2 + s + 2K_P} V.$$

slutna systemets överföringsfunktion

känslighetsfunktionen när störningen ligger på "fel" ställe. Flytta störningen i blockdiagrammet för att få S. se s. 59-61

Polerna för 2V

$$5s^2 + s + 2K_p = 0 \Rightarrow$$

$$s^2 + \frac{1}{5}s + \frac{2}{5}K_p = 0 \Rightarrow$$

$$s = -\frac{1}{2\cdot 5} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2\cdot 5}\right)^2 - \frac{2}{5}K_p} =$$

$$= -\frac{1}{10} \pm \sqrt{\frac{1}{100} - \frac{40}{100}K_p} =$$

$$= -\frac{1}{10} \pm \frac{\sqrt{1-40K_p}}{10}.$$

För $K_p = 0.02$:

$$s = -\frac{1}{10} \pm \frac{\sqrt{1-40\frac{2}{100}}}{10} = -\frac{1}{10} \pm \frac{\sqrt{1-\frac{4}{5}}}{10} =$$

$$= -\frac{1}{10} \pm \frac{1}{10\sqrt{5}} \approx \begin{cases} -0.14 \\ -0.06 \end{cases}$$

För $K_p = 1$:

$$s = -\frac{1}{10} \pm \frac{\sqrt{1-40}}{10} = -\frac{1}{10} \pm \frac{\sqrt{39}}{10}i \approx \begin{cases} -0.1 + 0.62i \\ -0.1 - 0.62i \end{cases}$$

Slutsats:

Om vi ökar Kp "för" mycket får vi komplexa poler, dvs. ett svängigt system.

Visa ok.

d, Samma uppgift, men med en PD-regulator istället och vi vill placera polerna så systemet blir bra dämpat:

$$F(s) = K_p + K_D s = \left\{ \begin{array}{c} \text{Givet att} \\ K_p = 1 \end{array} \right\} = 1 + K_D s.$$

P.s.s. får vi

$$Y = \frac{G_T G_V F}{1 + G_T G_V F} R - \frac{G_T}{1 + G_T G_V F} V =$$

$$= \frac{\frac{1}{s} \frac{2}{1+5s} (1 + K_D s)}{1 + \frac{1}{s} \frac{2}{1+5s} (1 + K_D s)} R - \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{1}{s} \frac{2}{1+5s} (1 + K_D s)} V =$$

$$= \frac{2(1 + K_D s)}{s(1+5s) + 2(1+K_D s)} R - \frac{1+5s}{s(1+5s) + 2(1+K_D s)} V =$$

$$= \frac{2(1+K_D s)}{5s^2 + (1+2K_D)s + 2} R - \frac{1+5s}{5s^2 + (1+2K_D)s + 2} V$$

Polerna får vi som

$$5s^2 + (1+2K_D)s + 2 = 0 \implies$$

$$s^2 + \frac{1+2K_D}{5} s + \frac{2}{5} = 0$$

Jämför med polekvationen för ett 2:a ordningens system:

$$s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 = 0.$$

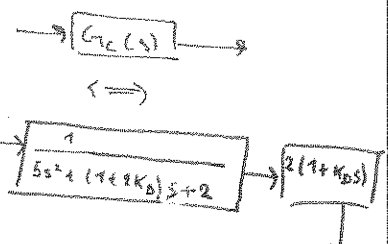
Vi ser att

$$\omega_0^2 = \frac{2}{5} \implies \omega_0 = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

Vi kan se

$$G_c(s) = \frac{2(1+K_D s)}{5s^2 + (1+2K_D)s + 2}$$

som en seriekoppling av ett 2:a ordningens system och ett nollställe:



och analysera första blocket för att få lite intuition om hur systemet beter sig och att

$$2\zeta\omega_0 = \frac{1+2K_D}{5} \Rightarrow$$

$$\zeta = \frac{1+2K_D}{10\,\omega_0} = \left\{\omega_0 = \sqrt{\tfrac{2}{5}}\right\} = \frac{1+2K_D}{2\cdot 5\sqrt{\tfrac{2}{5}}} =$$

$$= \frac{1+2K_D}{2\sqrt{10}}.$$

Vi vill välja K_D så att den relativa dämpningen är större än $\frac{1}{\sqrt{2}}$, dvs.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} < \zeta = \frac{1+2K_D}{2\sqrt{10}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{1} < \frac{1+2K_D}{2\sqrt{5}} \Rightarrow$$

$$2\sqrt{5} < 1 + 2K_D \Rightarrow$$

$$2\sqrt{5} - 1 < 2K_D \Rightarrow$$

$$K_D > \sqrt{5} - 1/2.$$

<u>Slutsats:</u>

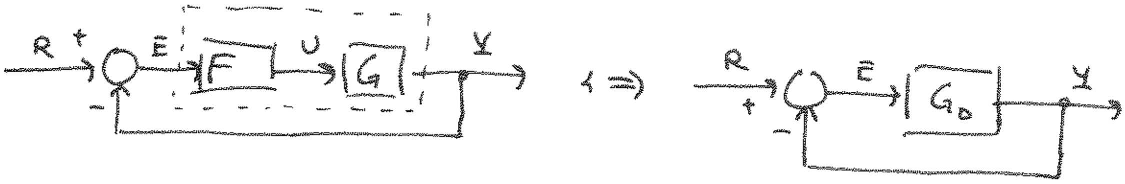
Vi ser att $\zeta \propto K_D$.

Större K_D ger högre ζ som i sin tur ger ett bättre dämpat system.

D-delen reducerar svängningar.

V.s.a OH.

Upg 3.6 a)



Vi har givet att öppna systemet är

$$G_0(s) = \frac{K(s+2)}{s(s+1)(s+3)}.$$

Följ rotorts algoritmen:

1. Ta fram G_c

Gå bakåt i blockdiagramet:

$$Y = G_0 E = G_0(R - Y) \Rightarrow$$

$$Y(1 + G_0) = G_0 R \Rightarrow$$

$$Y = \underbrace{\frac{G_0}{1 + G_0}}_{= G_c} R$$

dvs.

$$G_c(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} = \frac{\frac{K(s+2)}{s(s+1)(s+3)}}{1 + \frac{K(s+2)}{s(s+1)(s+3)}} =$$

$$= \frac{K(s+2)}{s(s+1)(s+3) + K(s+2)}$$

2. Identifiera P(s) och Q(s)

Skriv nämnaren på formen

$$\begin{array}{ccc} P(s) & + & K\,Q(s) \\ \updownarrow & & \updownarrow \\ s(s+1)(s+3) & + & K(s+2) \end{array}$$

dvs.

$P(s) = s(s+1)(s+3) \longrightarrow n = 3$

$Q(s) = s+2 \longrightarrow m = 1$

Om $n < m$, dela $P(s) + KQ(s)$ med K för att få: $K^{-1}P(s) + Q(s)$ och kalla $K^{-1} = \tilde{K}$: $Q(s) + \tilde{K}P(s)$, $Q(s) \to \tilde{P}(s)$, $P(s) \to \tilde{Q}(s)$

Kontroll: Är $n \geq m$? $3 \geq 1$ ok!

3. Hitta startpunkter $(P(s) = 0)$

(Polerna ges av $P(s) + KQ(s) = 0$, så för $K = 0$ fås polerna av $\underline{P(s) = 0}$:)

$P(s) = 0 \Rightarrow$

$s(s+1)(s+3) = 0 \Rightarrow$

$\text{start} = \{0, -1, -3\}$

4. Hitta slutpunkter $(Q(s) = 0)$

(Polerna ges av $P(s) + KQ(s) = 0 \Leftrightarrow \frac{P(s)}{Q(s)} = -K$, så om $K \to \infty$ ska $\underline{Q(s) = 0}$:)

$Q(s) = 0 \Rightarrow$

$s+2 = 0 \Rightarrow$

$\text{slut} = \{-2\}$

5. Hitta antal asymptoter

(Alla startpunkter som ej går till en slutpunkt blir asymptoter:)

$\# = n - m = 3 - 1 = 2$

6. Hitta skärningspunkt

$$\text{skärningspunkt} = \frac{1}{n-m}\left[\Sigma\,\text{startp.} - \Sigma\,\text{slutp.}\right] =$$

$$= \frac{1}{3-1}\left[0 + (-1) + (-3) - (-2)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[-4 + 2\right] = -1$$

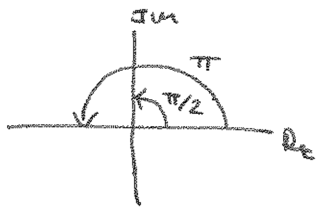
7. Hitta riktningar

$$\text{riktningar} = \frac{\pi}{n-m} + 2k\frac{\pi}{n-m}, \quad k = 0, 1, \ldots, (n-m-1)$$

$$= \frac{\pi}{3-1} + 2k\frac{\pi}{3-1}, \quad k = 0, 1, \ldots, (3-1-1)$$

$$= \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad k = 0, 1$$

dvs. $90°$ och $90° + 180° = 270°$.



8. Hitta eventuell skärning med Im-axel

Sätt $s = i\omega$: $P(s) + KQ(s) = 0$ och lös för $\omega \in \mathbb{R}$ och $K \geq 0$:

$$P(s) + KQ(s) = 0 \Rightarrow$$

$$s(s+1)(s+3) + K(s+2) = 0 \Rightarrow$$

$$(s^2+s)(s+3) + Ks + 2K = 0 \Rightarrow$$

$$s^3 + 3s^2 + s^2 + 3s + Ks + 2K = 0 \Rightarrow$$

$$s^3 + 4s^2 + (3+K)s + 2K = 0$$

Tag $s = i\omega$:

$$(i\omega)^3 + 4(i\omega)^2 + (3+K)i\omega + 2K = 0 \Rightarrow$$

$$-\omega^3 i - 4\omega^2 + (3+K)\omega i + 2K = 0$$

Sätt Re och Im delarna lika:

Re: $-4\omega^2 + 2K = 0 \Rightarrow$

$$K = 2\omega^2$$

Im: $-\omega^3 + (3+K)\omega = 0 \Rightarrow \{K = 2\omega^2\}$

$$-\omega^3 + (3+2\omega^2)\omega = 0$$

$$(-\omega^2+3+2\omega^2)\omega = 0 \Rightarrow$$

$$(3+\omega^2)\omega = 0$$

Som har lösningar

$\omega = 0$ och $3+\omega^2 = 0 \Leftrightarrow \omega^2 = -3 \Rightarrow \underbrace{\omega = \pm\sqrt{3}\,i}_{\text{ej ok eftersom vi söker reell } \omega}$.

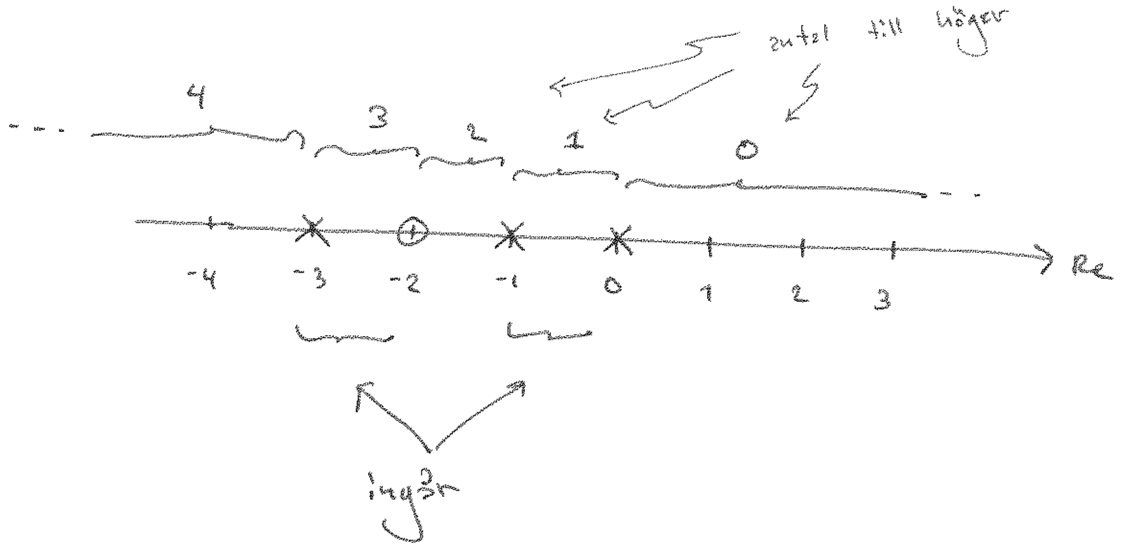
$\Rightarrow$ Vi har bara en skärning med Im-axeln:

$\omega = 0$ för $K = 2\omega^2 = 0$.

9. Hitta de delar av Re-axeln som ingår

Ställen med udda antal start- och slutpunkter till höger ingår!

start = $\{0, -1, -3\}$
slut = $\{-2\}$



10. Rita rotorten

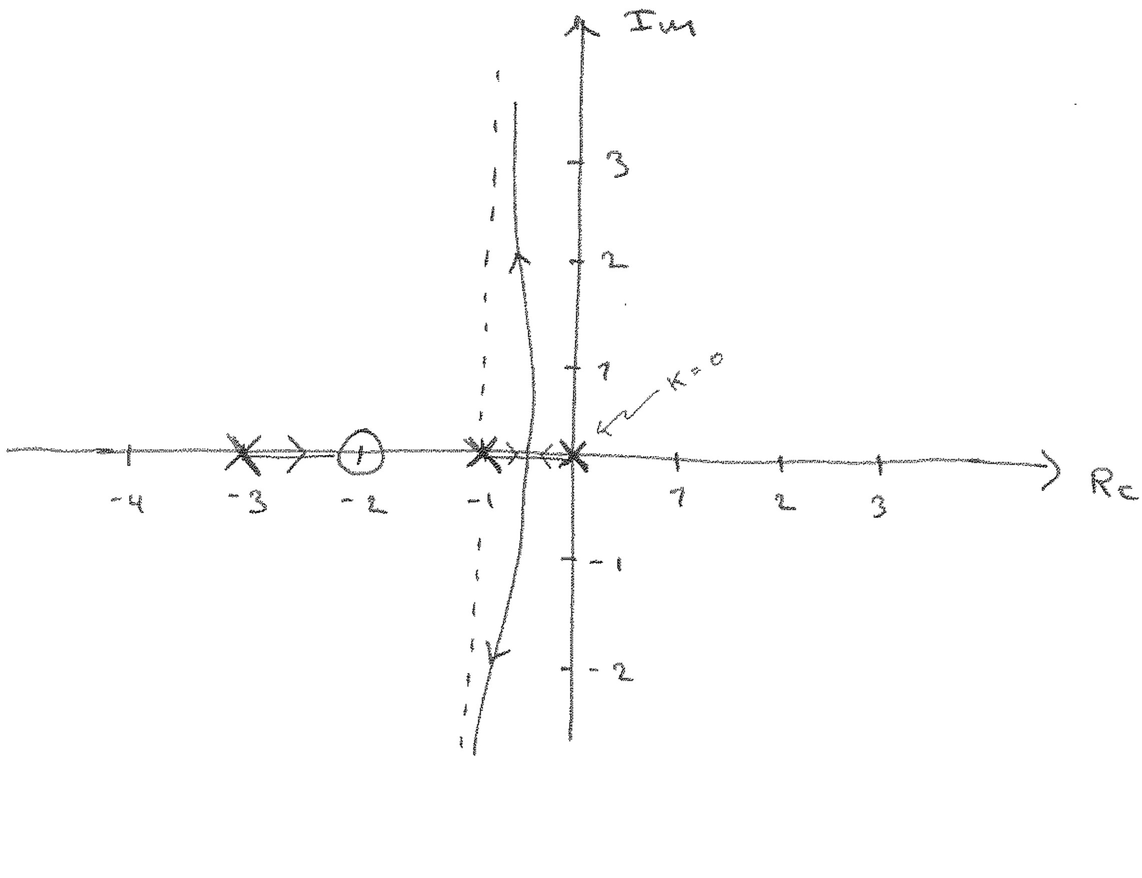
i, Rita start- (X) och slutpunkter (O)

ii, Markera del av Re-axeln som ingår

iii, Markera skärningspunkten och markera asymptoterna

iv, Markera skärning med Im-axel

v, Skissa hur polerna rör sig



Slutsats:

Polerna ligger i VHP för $K > 0$.

För små K har vi inga komplexa poler

$\Longrightarrow$ Inga oscillationer.

För ökande K blir systemet sämre och sämre dämpat

$\Longrightarrow$ Mer oscillationer

Upg 3.71

Vi tar först fram $G_c(s)$ allmänt (för alla K, τ, α och k) genom att gå i blockschemat:

$$\theta(s) = \frac{1}{s}\dot{\theta}(s) \qquad U(s) = K\left(E(s) - \alpha\dot{\theta}(s)\right)$$

$$\dot{\theta}(s) = \frac{k}{1+s\tau}U(s) \qquad E(s) = \theta_{ref}(s) - \theta(s)$$

Insättning ger

$$\theta(s) = \frac{1}{s}\frac{k}{1+s\tau}U(s) = \frac{1}{s}\frac{k}{1+s\tau}K\left(E(s) - \alpha\underbrace{\dot{\theta}(s)}_{=s\theta(s)}\right) =$$

$$= \frac{1}{s}\frac{k}{1+s\tau}K\left(\theta_{ref}(s) - \theta(s) - \alpha s\theta(s)\right)$$

Lös ut θ:

$$\theta\left[1 + \frac{1}{s}\frac{k}{1+s\tau}K(1+\alpha s)\right] = \frac{1}{s}\frac{k}{1+s\tau}K\,\theta_{ref} \Rightarrow$$

$$\theta(s) = \underbrace{\frac{\frac{1}{s}\frac{k}{1+s\tau}K}{1+\frac{1}{s}\frac{k}{1+s\tau}K(1+\alpha s)}}_{G_c(s)}\theta_{ref}(s)$$

$G_c(s) \leftarrow$ överför från referens till utsignal med återkoppling

Med $\tau = 1/2$ och $k = 2$ fås

$$G_c(s) = \frac{\frac{1}{s}\frac{2K}{1+\frac{1}{2}s}}{1+\frac{1}{s}\frac{2}{1+\frac{1}{2}s}K(1+\alpha s)} = \frac{2K}{s(1+\frac{1}{2}s) + 2K(1+\alpha s)}$$

a, Rotort m.a.p. K när $\alpha = 0$:

$$\Rightarrow G_c(s) = \frac{2K}{s(1+\frac{1}{2}s) + 2K}$$

Följ algoritmen:

1, Hitta $G_c(s)$.

$$G_c(s) = \frac{2K}{s(1+\frac{1}{2}s) + 2K}$$

2. Hitta $P(s)$ och $Q(s)$

Jämför nämnaren

$$P(s) \qquad + \; K Q(s)$$

$$s(1+1/2 \cdot s) \quad + \; 2K$$

$$\Rightarrow P(s) = s(1+S/2) \longrightarrow n = 2$$

$$Q(s) = 2 \longrightarrow m = 0$$

Kolla $n \geq m$: $2 \geq 0$ ok!

3. Hitta startpunkter

$P(s) = 0 \Rightarrow$

$s(1+s/2) = 0 \Rightarrow$

start $= \{0, -2\}$

4. Hitta slutpunkter

$Q(s) = 0 \Rightarrow$

$2 = 0 \Rightarrow$

slut $= \{\} = \emptyset \longleftarrow$ inga slutpunkter!

5. Hitta antal asymptoter

$\# = n - m = 2 - 0 = 2$

6. Hitta skärningspunkt

$$\text{skärningspunkt} = \frac{1}{n-m}\left(\sum \text{startpunkter} - \sum \text{slutpunkter}\right) =$$

$$= \frac{1}{2-0}\left(0+(-2)\right) = -1$$

7. Hitta riktningar

$$\text{rikt.} = \frac{\pi}{n-m} + 2k\frac{\pi}{n-m} \quad , \quad k = 0,1,\dots,(n-m-1)$$

$$= \frac{\pi}{2} + 2k\frac{\pi}{2} \quad , \quad k = 0,1,\dots,(2-0-1)$$

$$= \frac{\pi}{2} + k\pi \quad , \quad k = 0, 1$$

dvs. $90°$ och $90° + 180° = 270°$.

8. Hitta skärning med Im-axel

$P(s) + KQ(s) = 0$ för $s = i\omega$ med $\omega \in \mathbb{R}$ och $K \geq 0$.

$$s(1+s/2) + K \cdot 2 = 0 \Rightarrow$$

$$s + \frac{1}{2}s^2 + 2K = 0 \Rightarrow \{s = i\omega\}$$

$$i\omega + \frac{1}{2}(i\omega)^2 + 2K = 0 \Rightarrow$$

$$i\omega - \frac{1}{2}\omega^2 + 2K = 0$$

Jämför Im och Re:

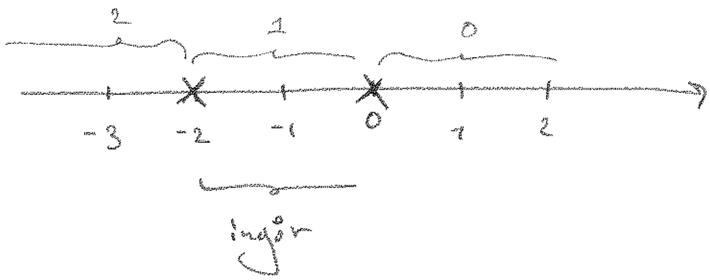
Im: $\omega = 0$

Re: $-\frac{1}{2}\omega^2 + 2K = 0$

dvs. $\omega = 0$ och $K = 0$. ← ok eftersom $\omega \in \mathbb{R}$ och $K \geq 0$.

9. Hitta delar av Re-axeln

Udda start/slut till höger



10. Rita rotort

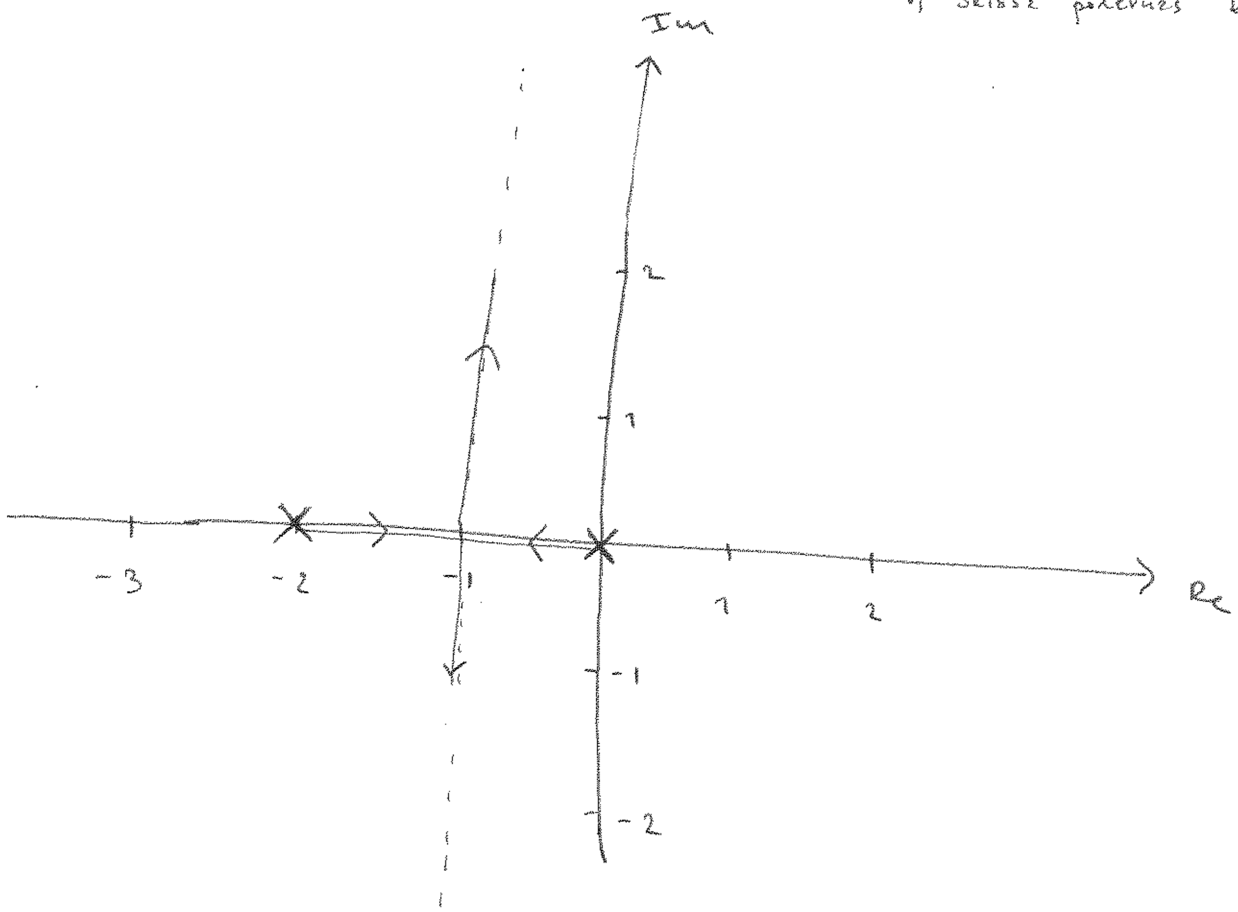
i) Rita start- och slutpunkter

ii) Markera delar av Re

iii) Rita asymptoter

iv) Markera skärning med Im

v) Skissa polernas beteende



<u>Slutsats:</u>

Stabilt för $K > 0$.

Mer oscillativt för högre K.

3.7d

Samma uppgift med $K=1$ och $\alpha \geq 0$.

1. Hitta $G_c(s)$:

$$G_c(s) = \left. \frac{2K}{s(1+\frac{1}{2}s)+2K(1+\alpha s)} \right|_{K=1} =$$

$$= \frac{2}{s(1+\frac{1}{2}s)+2(1+\alpha s)}$$

2. Hitta $P(s)$ och $Q(s)$:

Notera att vi vill rita rotort m.a.p. α och inte K nu, så vi vill ha nämnaren på formen

$$P(s) + \alpha Q(s)$$

så

$$s(1+\tfrac{1}{2}s)+2(1+\alpha s) =$$

$$\underbrace{s(1+\tfrac{1}{2}s)+2}_{P}+\alpha\cdot\underbrace{2s}_{Q}$$

ger

$$P(s) = \tfrac{1}{2}s^2+s+2 \longrightarrow n=2$$

$$Q(s) = 2s \longrightarrow m=1$$

Kontroll: Är $n \geq m$? $2 \geq 1$ ok!

3. Hitta startpunkter

$$P(s)=0 \Rightarrow$$

$$\tfrac{1}{2}s^2+s+2=0 \Rightarrow$$

$$s^2+2s+4=0 \Rightarrow$$

$$s=-1\pm\sqrt{1-4} = -1\pm\sqrt{3}i \Rightarrow$$

$$\text{start} = \{-1+\sqrt{3}i,\ -1-\sqrt{3}i\}$$

4. Hitta slutpunkter

$Q(s) = 0 \Rightarrow$

$2s = 0 \Rightarrow$

$\text{slut} = \{0\}$

5. Hitta antal asymptoter

$\# = n - m = 2 - 1 = 1$

6. Hitta skärningspunkt

$$\text{skärningspunkt} = \frac{1}{n-m}\left(\sum \text{startp.} - \sum \text{slutp.}\right) =$$

$$= \frac{1}{2-1}\left((-1+\sqrt{3}i) + (-1-\sqrt{3}i) - 0\right) =$$

$$= -2$$

7. Hitta riktningar

$$\text{rikt.} = \frac{\pi}{n-m} + 2k\frac{\pi}{n-m} \quad , \quad k = 0, 1, \ldots, (n-m-1)$$

$$= \frac{\pi}{2-1} + 2k\frac{\pi}{2-1} \quad , \quad k = 0, 1, \ldots, (2-1-1)$$

$$= \pi + 2k \cdot \pi \quad , \quad k = 0$$

dvs. bara $\pi = 180°$.

8. Hitta skärning med Im-axeln

$P(s) + \alpha Q(s) = 0 \, \Big|_{s = i\omega}$, $\omega \in \mathbb{R}$ och $\alpha \geq 0$:

$\frac{1}{2}s^2 + s + 2 + \alpha \cdot 2s = 0 \, \Big|_{s = i\omega} \Rightarrow$

$\frac{1}{2}(i\omega)^2 + i\omega + 2 + 2\alpha i\omega = 0$

$-\frac{1}{2}\omega^2 + (\omega + 2\alpha\omega)i + 2 = 0$

Jämför Im och Re:

Re: $-\frac{1}{2}\omega^2 + 2 = 0 \Rightarrow$

$\omega^2 = 4 \Rightarrow$

$\omega = \pm 2$

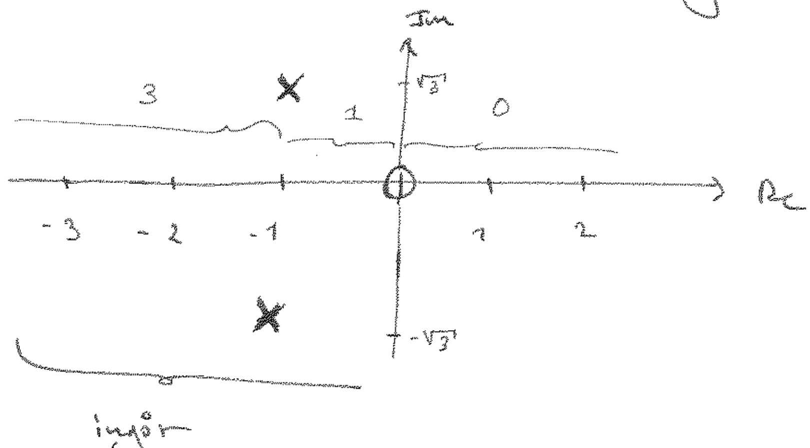
Im: $\omega + 2\alpha\omega = 0 \Rightarrow$

$\omega(1 + 2\alpha) = 0 \Rightarrow$

$\alpha = -1/2$ eller $\omega = 0$

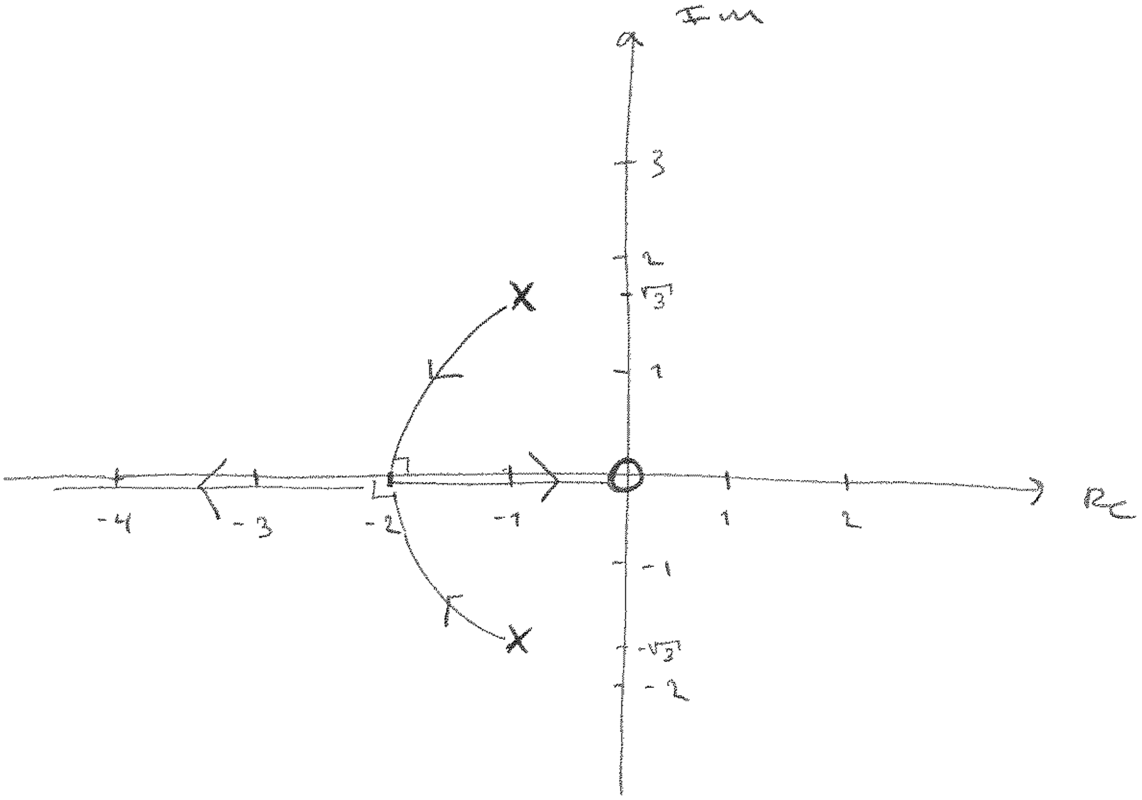
Den enda lösningen som uppfyller båda ekvationerna (dvs. både Im och Re) är $\alpha = -1/2$ och $\omega = \pm 2$.
Dock måste $\alpha \geq 0$, så vi har ingen skärning med Im axeln.

9. Delar av Re som ingår
Udda start- och slutpunkter till höger



10. Rita rotort

i, Start (x) och slut (o)
ii, Del av Re
iii, Asymptoter
iv, Skärning Im
v, Skissa polerna



Slutsats:

Stabilt för alla α.
Det oscillativa beteendet försvinner med ökande α.